

Hans Albert Richard | Manuela Sander

# Ermüdungsrisse

Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden

**PRAXIS**



**VIEWEG+  
TEUBNER**

Hans Albert Richard | Manuela Sander

Ermüdungsrisse

Hans Albert Richard | Manuela Sander

# Ermüdungsrisse

Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden

Mit 181 Abbildungen

PRAXIS



**VIEWEG+**  
**TEUBNER**

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek  
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der  
Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über  
<<http://dnb.d-nb.de>> abrufbar.

1. Auflage 2009

Alle Rechte vorbehalten

© Vieweg+Teubner | GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2009

Lektorat: Thomas Zipsner

Vieweg+Teubner ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media.

[www.viewegteubner.de](http://www.viewegteubner.de)



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: KünkelLopka Medienentwicklung, Heidelberg

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Krips b.v., Meppel

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in the Netherlands

ISBN 978-3-8348-0292-7

## Vorwort

In der technischen Praxis kommt es von Zeit zu Zeit zu Schäden durch mechanische Beanspruchung. Ursache sind häufig kleine Fehlstellen oder Risse, die in einem Bauteil oder einer Struktur bereits vorhanden oder durch intensiven Betrieb erst entstanden sind. Unter Betriebsbelastung – meist zeitlich veränderlicher Belastung – können sich diese Risse ausbreiten. Im Allgemeinen erfolgt die Rissausbreitung zunächst stabil, d. h. der Riss wächst pro Belastungszyklus um einen kleinen Betrag. Dieses Phänomen bezeichnet man als Ermüdungsrisswachstum. Je nach Belastung, Geometrie und Werkstoff kann dieses Ermüdungsrisswachstum über mehrere Hunderttausend Belastungswechsel erfolgen, ohne dass ein Bruch des Bauteils oder der Maschine einsetzt. Erst wenn die Belastung oder die Risslänge eine kritische Grenze erreicht, tritt instabile Rissausbreitung und somit Bruch einer Komponente oder der gesamten Struktur ein.

Das vorliegende Fachbuch beschäftigt sich mit diesen Vorgängen. Unter dem Titel „Ermüdungsrisse – Erkennen, sicher beurteilen und vermeiden“ wird zunächst die Auslegung von Bauteilen und Strukturen nach Festigkeitskriterien beschrieben. Daran schließt sich ein Kapitel an, in dem zahlreiche Schäden durch Risswachstum dargestellt werden. Hierbei wird sowohl auf schwerwiegende Schadensfälle als auch auf die Schadensanalyse durch Betrachtung der Bruchflächen sowie auf prinzipielle Rissverläufe und Rissformen in Bauteilen und Strukturen eingegangen. Das Erkennen von Rissen mit zerstörungsfreien Prüfverfahren steht im Mittelpunkt eines weiteren Abschnitts.

Daran schließt sich ein Kapitel an, das sich mit den Grundlagen der Bruchmechanik beschäftigt, soweit diese für das Verständnis der in diesem Buch beschriebenen Konzepte und Methoden erforderlich sind. Erläutert werden die Spannungsverteilungen an Rissen und die Spannungsintensitätsfaktoren für die drei grundlegenden Rissbeanspruchungsarten Mode I, Mode II und Mode III sowie ebene und räumliche Mixed-Mode-Beanspruchungen. Zudem werden Konzepte zur Vorhersage des instabilen Risswachstums und die Bewertung von Bauteilen mit Rissen mittels bruchmechanischer Methoden beschrieben.

Das vierte Kapitel ist dem Ermüdungsrisswachstum bei zyklischer Belastung mit konstanter Amplitude gewidmet. Beschrieben werden der Zusammenhang zwischen Bauteilbelastung und zyklischer Spannungsintensität, die Abhängigkeit der Rissgeschwindigkeit vom zyklischen Spannungsintensitätsfaktor sowie die Rissausbreitungskonzepte bei Mode I-, Mode II- und Mixed-Mode-Beanspruchung. In einem weiteren Unterkapitel wird die Vorgehensweise bei der Bewertung des Ermüdungsrisswachstums dargestellt.

Die experimentelle Ermittlung bruchmechanischer Werkstoffkennwerte steht im Mittelpunkt des fünften Kapitels. Veranschaulicht werden die Bestimmung der Risszähigkeit, des Schwellenwertes gegen das Ermüdungsrisswachstum sowie die Ermittlung der Rissgeschwindigkeitskurve. In weiteren Unterkapiteln sind Werkstoffkennwerte und Kennfunktionen für das Mode I-Risswachstum sowie die Ermittlung von Werkstoffkennwerten bei Mode II-, ebener und räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung beschrieben.

Kapitel 6 behandelt das Ermüdungsrisswachstum bei Betriebsbelastung. Neben Lastspektren und Lastkollektiven wird dem wichtigen Thema „Reihenfolgeeffekte und ihre Wirkung“ Raum gegeben. Daran schließen sich die Rissfortschrittskonzepte bei Belastung mit variabler Amplitude an. Abgerundet wird dieser Abschnitt mit der Darstellung der Wirkung von Mixed-Mode-Beanspruchungen.

Analytische und numerische Simulationen des Risswachstums stehen im Mittelpunkt eines weiteren Kapitels. Beispielsweise werden das analytische Programm NASGRO und die Finite-Elemente-Programme FRANC/FAM und ADAPCRACK3D vorgestellt.

In einem abschließenden Kapitel des Buches stehen Praxisbeispiele, wie z. B. das Leck in einer Rohrleitung, die Untersuchung des Ermüdungsrissswachstums im ICE-Radreifen sowie die Simulation des Ermüdungsrissswachstums in einem Pressenkörper, im Fokus. Abgerundet wird der Inhalt des Buches durch Vorschläge von Maßnahmen zur Verlängerung der Lebensdauer von Maschinen, Anlagen und Strukturen.

In allen Kapiteln sind die grundlegenden Gegebenheiten und Konzepte ausführlich beschrieben. Darüber hinaus sind einige Themengebiete um Beispiele ergänzt. Diese sollen dazu dienen, die Grundlagen der Bruchmechanik und des Ermüdungsrissswachstums zu vertiefen und einen Gewöhnungsprozess für die dem Ingenieur zunächst nicht vertrauten Einheiten der bruchmechanischen Größen und Kennwerte einzuleiten. Um sich mit den i. Allg. sehr grundlegend beschriebenen Konzepten näher auseinandersetzen zu können, ist bei jedem Kapitel dieses Buches ein Literaturverzeichnis mit Spezialliteratur angefügt.

Bei der Anwendung der in diesem Buch dargestellten bruchmechanischen Konzepte soll aber nie vergessen werden, dass unter bestimmten Umständen auch Bauteile mit Riss nach Festigkeitskriterien versagen können. Daher sei gesondert auf die Kapitel 1, 3.11 und 4.6 verwiesen.

Die Autoren wünschen viel Spaß beim Lesen und viel Erfolg beim Anwenden der in diesem Buch beschriebenen Konzepte und Methoden. Möge das Studium dieses Buches dazu führen, dass künftig weniger Schäden durch Ermüdungsrissswachstum zu beklagen sind.

Herzlich gedankt sei an dieser Stelle Herrn cand.-Ing. Andre Riemer für das Zeichnen der Bilder und Frau cand.-Ing. Cornelia Glaschick für das Übertragen der Texte und Formeln in das Manuskript. Den derzeitigen und ehemaligen Mitarbeitern der Fachgruppe Angewandte Mechanik der Universität Paderborn danken wir für zahlreiche Anregungen.

Weiterhin gilt unser Dank dem Verlag Vieweg+Teubner für die gewährte Unterstützung und insbesondere Herrn Thomas Zipsner und Frau Imke Zander für das Lektorat und die wertvollen Hinweise.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Auslegung von Bauteilen und Strukturen nach Festigkeitskriterien.....</b>	<b>1</b>
1.1	Belastungen von Bauteilen und Strukturen .....	1
1.2	Spannungen und Spannungszustände in Bauteilen und Strukturen.....	4
1.2.1	Ebener Spannungszustand.....	5
1.2.2	Räumlicher Spannungszustand.....	6
1.2.3	Hauptspannungen .....	6
1.2.4	Ebener Spannungs- oder ebener Verzerrungszustand .....	8
1.3	Statischer Festigkeitsnachweis .....	8
1.3.1	Vergleichsspannung .....	8
1.3.2	Zulässige Beanspruchung.....	9
1.3.3	Ablauf eines Festigkeitsnachweises .....	9
1.3.4	Berücksichtigung der Kerbwirkung .....	11
1.3.5	Kerbfaktoren.....	12
1.3.6	Materialkennwerte und Sicherheitsfaktoren.....	14
1.4	Dauerfestigkeitsnachweis.....	16
1.4.1	Wirksame und zulässige Spannungen .....	16
1.4.2	Werkstoffkennwerte .....	18
1.4.3	Oberflächen- und Größenbeiwerte .....	19
1.4.4	Dauerfestigkeitsnachweis bei gekerbten Bauteilen .....	21
1.5	Betriebsfestigkeitsnachweis .....	21
1.6	Sonstige Nachweise.....	22
1.7	Grenzen der klassischen BauteilAuslegung.....	22
	Literatur zu Kapitel 1.....	23
<b>2</b>	<b>Schäden durch Risswachstum .....</b>	<b>24</b>
2.1	Rissentstehung und Risswachstum.....	26
2.2	Stabiles und instabiles Risswachstum .....	28
2.3	Schadensanalyse / Bruchflächenanalyse .....	29
2.4	Ermüdungsrisswachstum beim ICE-Radreifen.....	33
2.5	Risswachstum in einem Pressenkörper.....	34
2.6	Ermüdungsrisswachstum im Verschlusskörper einer Innenhochdruckumformmaschine .....	35
2.7	Bruch der Antriebswelle eines Oldtimer-Autos .....	36
2.8	Weitere Schadensereignisse .....	36
2.9	Prinzipielle Rissverläufe und Rissformen in Bauteilen und Strukturen .....	38
2.9.1	Rissverläufe bei grundlegenden Spannungszuständen .....	38
2.9.2	Rissverläufe und Rissformen in Wellen .....	40
2.9.3	Systematisierung der Rissarten in Bauteilen und Strukturen.....	42
2.10	Risse erkennen mit zerstörungsfreien Prüfverfahren.....	46
	Literatur zu Kapitel 2.....	48

<b>3</b>	<b>Grundlagen der Bruchmechanik.....</b>	<b>51</b>
3.1	Risse und Rissbeanspruchungsarten .....	51
3.1.1	Mode I .....	52
3.1.2	Mode II .....	53
3.1.3	Mode III.....	53
3.1.4	Mixed Mode .....	53
3.2	Spannungsverteilungen an Rissen .....	53
3.2.1	Elastizitätstheoretische Lösungen für Rissprobleme .....	53
3.2.2	Spannungsverteilungen bei ebenen Rissproblemen.....	55
3.2.3	Spannungsverteilungen bei räumlichen Rissproblemen .....	59
3.3	Verschiebungsfelder in der Rissumgebung .....	61
3.4	Spannungsintensitätsfaktoren .....	62
3.4.1	Spannungsintensitätsfaktoren für die Rissmoden I, II und III .....	62
3.4.2	Spannungsintensitätsfaktoren für grundlegende Rissprobleme .....	63
3.4.3	Überlagerung von Spannungsintensitätsfaktoren, Vergleichsspannungsintensitätsfaktoren.....	73
3.5	Lokale Plastizität an der Rissspitze .....	77
3.5.1	Abschätzung der plastischen Zone .....	78
3.5.2	Risslängenkorrektur.....	82
3.5.3	Bedeutung der plastischen Zone bei der Ermüdungsrissausbreitung .....	82
3.6	Energiefreisetzungsrates und $J$ -Integral .....	82
3.6.1	Energiefreisetzungsrates .....	82
3.6.2	$J$ -Integral.....	83
3.7	Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren und anderer bruchmechanischer Größen .....	84
3.7.1	Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus dem Spannungsfeld in der Rissumgebung .....	85
3.7.2	Ermittlung der Spannungsintensitätsfaktoren aus dem Verschiebungsfeld in der Rissumgebung .....	86
3.7.3	Ermittlung bruchmechanischer Größen mit dem $J$ -Integral .....	86
3.7.4	Ermittlung bruchmechanischer Größen mit dem Rissschließungsintegral ..	86
3.8	Konzepte zur Vorhersage des instabilen Risswachstums .....	89
3.8.1	$K$ -Konzept für Mode I .....	89
3.8.2	$K$ -Konzept für Mode II-, Mode III- und Mixed-Mode-Beanspruchungen ..	90
3.8.3	Kriterium der Energiefreisetzung .....	94
3.8.4	$J$ -Kriterium .....	95
3.9	Risszähigkeiten.....	95
3.10	Bewertung von Bauteilen mit Rissen mit bruchmechanischen Methoden.....	96
3.10.1	Ablauf eines bruchmechanischen Nachweises .....	96
3.10.2	Anwendungen des Bruchkriteriums und des bruchmechanischen Nachweises auf Mode I-Rissprobleme .....	97
3.10.3	Anwendungen des Bruchkriteriums und des bruchmechanischen Nachweises auf Mode II-, Mode III- und Mixed-Mode-Probleme.....	99
3.11	Zusammenwirken von Festigkeitsberechnung und Bruchmechanik .....	100
	Literatur zu Kapitel 3.....	103



<b>4</b>	<b>Ermüdungsrischwachstum bei zyklischer Belastung mit konstanter Amplitude .....</b>	<b>106</b>
4.1	Zusammenhang zwischen Bauteilbelastung und zyklischer Spannungsintensität..	106
4.1.1	Spannungsfeld bei zeitlich veränderlicher Mode I-Beanspruchung .....	106
4.1.2	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor bei Mode I .....	108
4.1.3	$R$ -Verhältnis.....	109
4.1.4	Rissausbreitungsvorgang.....	109
4.1.5	Spannungsfeld bei zeitlich veränderlicher Mode II-, Mode III- und Mixed-Mode-Beanspruchung.....	109
4.1.6	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode II .....	110
4.1.7	Zyklischer Spannungsintensitätsfaktor für Mode III.....	111
4.1.8	Ebene Mixed-Mode-Beanspruchung.....	111
4.1.9	Räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung.....	112
4.2	Zusammenhang zwischen Rissgeschwindigkeit und zyklischem Spannungsintensitätsfaktor bei Mode I .....	112
4.2.1	Grenzen der Ermüdungsrisssausbreitung bei Mode I .....	113
4.2.2	Einflussfaktoren auf die Rissgeschwindigkeitskurve .....	114
4.2.3	Riss-schließverhalten beim Ermüdungsrischwachstum .....	115
4.2.4	Thresholdwert und Schwellenwertverhalten .....	119
4.2.5	Kurzrischwachstum .....	123
4.3	Rissausbreitungskonzepte bei Mode I .....	124
4.3.1	PARIS – Gerade .....	124
4.3.2	ERDOGAN/RATWANI-Gesetz .....	124
4.3.3	FORMAN/METTU-Gleichung .....	125
4.3.4	Vergleich der Rissfortschrittsgleichungen.....	126
4.3.5	Bestimmung der Restlebensdauer.....	127
4.4	Risswachstum bei Mode II-, Mode III- und Mixed-Mode-Beanspruchung .....	130
4.4.1	Risswachstum bei Mode II-Beanspruchung am Ausgangsrisss.....	131
4.4.2	Risswachstum bei Mode III-Beanspruchung am Ausgangsrisss.....	132
4.4.3	Risswachstum bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung .....	132
4.4.4	Risswachstum bei räumlicher Mixed-Mode-Beanspruchung.....	133
4.5	Vorgehensweise bei der Bewertung des Ermüdungsrischwachstums .....	134
4.5.1	Bruchmechanische Bewertung des Ermüdungsrischwachstums .....	134
4.5.2	Ermittlung der Risslänge, ab der Ermüdungsrischwachstum möglich ist....	135
4.5.3	Sicherheit gegen das Auftreten des Ermüdungsrischwachstums .....	137
4.5.4	Bereich des Ermüdungsrischwachstums.....	137
4.5.5	Festlegung von Inspektionsintervallen .....	137
4.6	Zusammenwirken von Dauerfestigkeitsberechnung und Bruchmechanik .....	138
	Literatur zu Kapitel 4.....	140
<b>5</b>	<b>Experimentelle Ermittlung bruchmechanischer Werkstoffkennwerte .....</b>	<b>143</b>
5.1	Kritischer Spannungsintensitätsfaktor und Risszähigkeit .....	143
5.1.1	Ermittlung der Risszähigkeit nach ASTM E 399 .....	144
5.1.2	Versuchsdurchführung bei der Risszähigkeitsbestimmung.....	147
5.1.3	$K_{IC}$ oder $K_{IQ}$ ? – Auswertung der Versuche.....	148

5.2	Thresholdwerte und Rissgeschwindigkeitskurven .....	151
5.2.1	Ermittlung der Thresholdwerte und Rissgeschwindigkeitskurven nach ASTM E 647.....	151
5.2.2	Methoden der Thresholdwertbestimmung.....	154
5.2.3	Methoden der Risslängenmessung .....	157
5.2.4	Rissgeschwindigkeitsermittlung .....	161
5.2.5	Auswertung der Thresholdwert- und der Rissfortschrittskurvenversuche.....	162
5.3	Werkstoffkennwerte für das Mode I-Risswachstum .....	164
5.3.1	Risszähigkeitswerte .....	164
5.3.2	Schwellenwerte des Ermüdungsrissswachstums.....	167
5.3.3	Rissgeschwindigkeitskurven .....	168
5.4	Werkstoffkennwerte bei Mode II- und Mixed Mode-Beanspruchung .....	170
5.4.1	Mode II-Beanspruchung.....	170
5.4.2	Ebene Mixed-Mode-Beanspruchung.....	171
5.4.3	Räumliche Mixed-Mode-Beanspruchung.....	173
	Literatur zu Kapitel 5.....	174
<b>6</b>	<b>Ermüdungsrissswachstum bei Betriebsbelastung .....</b>	<b>177</b>
6.1	Lastspektren und -kollektive .....	177
6.1.1	Bestimmung von Betriebsbelastungen.....	177
6.1.2	Klassier- und Zählverfahren .....	178
6.1.3	Standardlastspektren.....	179
6.2	Reihenfolgeeffekte und ihre Wirkung.....	180
6.2.1	Überlasten.....	181
6.2.2	Unterlasten.....	185
6.2.3	Kombinationen aus Über- und Unterlasten .....	186
6.2.4	Überlastsequenzen .....	186
6.2.5	Blocklasten .....	188
6.2.6	Betriebsbelastungen.....	190
6.3	Rissfortschrittskonzepte bei Belastung mit variabler Amplitude .....	193
6.3.1	Globale Analysen .....	194
6.3.2	Lineare Schadensakkumulation .....	195
6.3.3	Fließzonenmodelle.....	195
6.3.4	Riss-schließmodelle .....	203
6.3.5	Fließstreifenmodelle .....	203
6.4	Mixed-Mode-Beanspruchung.....	206
6.4.1	Risswachstum beim Wechsel der Belastungsrichtung bzw. der lokalen Beanspruchung am Riss.....	207
6.4.2	Einfluss von Mixed-Mode-Überlasten auf das Ermüdungsrissswachstum .....	207
	Literatur zu Kapitel 6.....	208
<b>7</b>	<b>Simulationen des Ermüdungsrissswachstums .....</b>	<b>212</b>
7.1	Analytische Risswachstumssimulationen .....	212
7.1.1	NASGRO und ESACRACK .....	212
7.1.2	AFGROW.....	214

7.2	Numerische Risswachstumssimulationen.....	214
7.2.1	Grundlegende Vorgehensweise mittels der Finite-Elemente-Methode .....	215
7.2.2	Programmsystem FRANC/FAM für ebene Rissausbreitungssimulationen .....	218
7.2.3	Programmsystem ADAPCRACK3D für räumliche Rissausbreitungssimulationen .....	219
7.3	Bestimmung der Wirkung von Belastungswechseln mittels Finite-Elemente-Analysen .....	220
	Literatur zu Kapitel 7.....	224
<b>8</b>	<b>Praxisbeispiele .....</b>	<b>227</b>
8.1	Leck in einer Rohrleitung.....	227
8.1.1	Spannungen im Rohr .....	227
8.1.2	Spannungsintensitätsfaktoren für den vorliegenden Riss .....	228
8.1.3	Sicherheit gegen instabile Rissausbreitung .....	229
8.1.4	Risslänge, bei der instabile Rissausbreitung eintritt .....	229
8.2	Untersuchung des Ermüdungsrisswachstums im ICE-Radreifen .....	230
8.2.1	Aufbau und Belastung gummitgefederter Räder .....	230
8.2.2	Rechnerische Spannungsanalyse .....	231
8.2.3	Schadensanalyse des Radreifenbruches.....	233
8.2.4	Bruchmechanische Charakterisierung des Radreifenwerkstoffs .....	233
8.2.5	Numerische Simulation des Ermüdungsrisswachstums .....	233
8.2.6	Experimentelle Simulation des Risswachstums .....	235
8.3	Simulation des Ermüdungsrisswachstums in einem Pressenkörper .....	237
8.4	Maßnahmen zur Verlängerung der Lebensdauer von Maschinen, Anlagen und Strukturen.....	240
8.4.1	Weiterbetrieb einer Maschine oder Anlage nach einer Rissdetektion .....	240
8.4.2	Optimierungsmaßnahmen bei einer Neukonstruktion .....	242
	Literatur zu Kapitel 8.....	243
<b>9</b>	<b>Wichtige Formelzeichen.....</b>	<b>245</b>
	<b>Sachwortverzeichnis.....</b>	<b>251</b>

# 1 Auslegung von Bauteilen und Strukturen nach Festigkeitskriterien

Bauteile und Strukturen werden i. Allg. nach der klassischen Festigkeitslehre nach Spannungs-, Verformungs- oder Stabilitätsgesichtspunkten ausgelegt. Dabei werden z. B. beim Festigkeitsnachweis die maximalen Spannungen mit zulässigen Spannungswerten verglichen. Die maximalen Spannungen ergeben sich aus den Belastungen und der Geometrie der Bauteile z. B.

- nach klassischen Methoden aus Nennspannungen u. U. unter Berücksichtigung von Kerbwirkungen,
- unmittelbar aus einer Analyse mittels der Finite-Elemente-Methode oder
- durch experimentelle Ermittlungen.

Die zulässigen Spannungen werden i. Allg. aus den entsprechenden Werkstoffkennwerten, Oberflächenbeiwerten, Größenbeiwerten, Stützziffern und Sicherheitsbeiwerten ermittelt.

Bei überwiegend statischer Belastung ist ein statischer Festigkeitsnachweis erforderlich. Eine schwingende oder allgemein zeitlich veränderliche Belastung erfordert einen Dauerfestigkeitsnachweis oder einen Betriebsfestigkeitsnachweis. Bei verschiedenen Anwendungen ist auch ein Verformungs-, ein Stabilitäts- oder ein Standsicherheitsnachweis zu erbringen.

In zahlreichen Fällen ist zusätzlich zum Festigkeitsnachweis ein bruchmechanischer Nachweis erforderlich. D. h., es ist einerseits zu untersuchen, unter welchen Bedingungen sich ein im Bauteil befindlicher Fehler oder Riss instabil ausbreiten kann und somit einen plötzlichen Bruch des Bauteils hervorruft. Andererseits ist zu prüfen, ob der Riss zum Beispiel unter zyklischer Belastung (d. h. bei Ermüdungsbedingungen) stabil wächst, welche Risswachstumsrate oder Rissgeschwindigkeit vorliegt und welche Restlebensdauer das Bauteil oder die Struktur besitzt, bevor ein Versagen eintritt.

Diesem wichtigen Problem des Ermüdungsrisswachstums sind die nachfolgenden Hauptkapitel gewidmet. Durch das Studium dieser Grundlagen sollen kleinere Schäden und auch katastrophale Schadensereignisse in Maschinen, Anlagen und Verkehrsfahrzeugen verhindert werden. Zunächst wird aber auf wichtige Grundlagen der Festigkeitsberechnung eingegangen, da auch bei Bauteilen mit Rissen ein Festigkeitsversagen möglich ist.

## 1.1 Belastungen von Bauteilen und Strukturen

Zu Beginn einer Festigkeitsberechnung oder einer bruchmechanischen Analyse muss man sich über die Belastungssituation von Bauteilen und Maschinen Klarheit verschaffen. Diese Belastungen lassen sich z. B. unterteilen in:

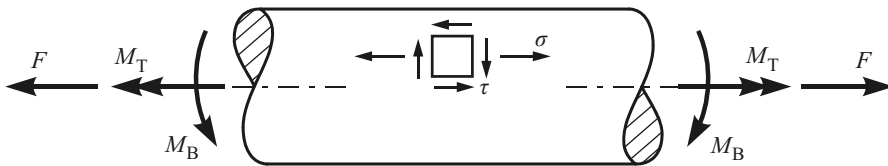
- Hauptlasten,
- Zusatzlasten und
- Sonderlasten.

Zu den Hauptlasten gehören u. a. Eigenlasten oder Gewichte, Nutzlasten oder Betriebslasten und Massenkräfte. Zusatzlasten sind Windlasten, Kräfte bei speziellen Situationen oder Kräfte

infolge von Wärmeentwicklung. Unter Sonderlasten versteht man u. a. Prüflasten sowie Belastungen beim Transport oder bei der Montage.

Bauteile und Strukturen sind i. Allg. belastet durch Einzelkräfte, Linienlasten, Flächenlasten, Volumenlasten oder Momente (ausführliche Darstellungen hierzu finden sich in [1-1]). Je nach Belastungsrichtung und Geometrie des Bauteils rufen sie einachsige, ebene oder räumliche Spannungszustände im Bauteil hervor (siehe Kapitel 1.2 und [1-2]).

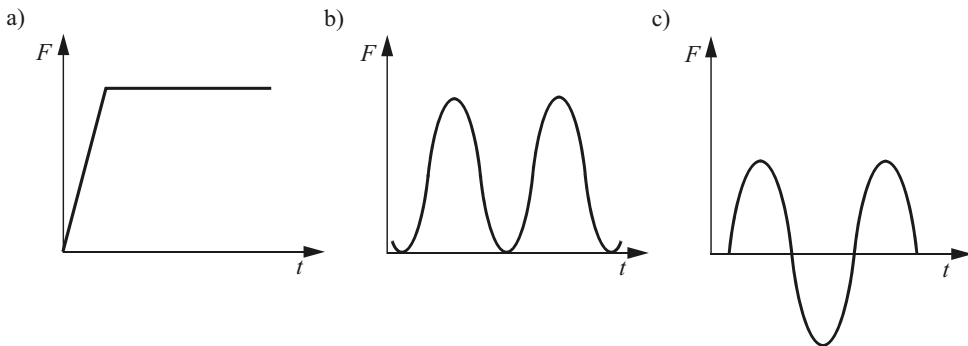
Die Spannungen können als Normalspannungen  $\sigma$  (oder z. B.  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ) oder Schubspannungen  $\tau$  (oder z. B.  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ ) im betrachteten Gebiet auftreten, (siehe beispielsweise Bild 1-1 und Kapitel 1.2).



**Bild 1-1** Belastung einer Welle durch eine Kraft  $F$ , ein Biegemoment  $M_B$  und ein Torsionsmoment  $M_T$  mit den hierdurch hervorgerufenen Spannungen: Normalspannung  $\sigma$ , Schubspannung  $\tau$

Von großer Bedeutung für die Festigkeitsberechnung ist u. a. die Belastungsart, wie beispielsweise Zug, Biegung oder Torsion, siehe z. B. Bild 1-1, und der zeitliche Verlauf der Belastung (Belastungsfall). Als Belastungsfälle unterscheidet man:

- statische Belastung,
- Schwellbelastung,
- Wechselbelastung,
- allgemein periodische Belastung,
- Belastungen mit variabler Amplitude und
- Stoßbelastung.



**Bild 1-2** Grundlegende Belastungsfälle in Form von Kraft-Zeit-Diagrammen

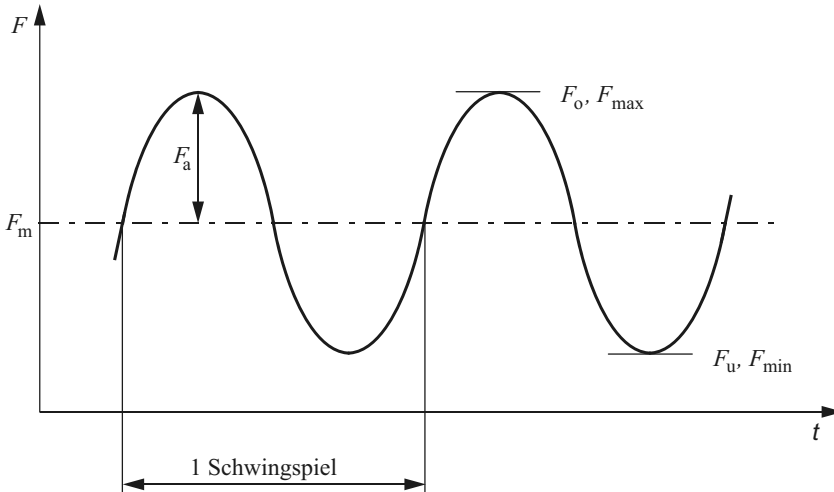
- a) Ruhende Belastung
- b) Schwellende Belastung
- c) Wechselbelastung

$F$ : Kraft,  $t$ : Zeit

Statische Belastung, auch ruhende oder konstante Belastung genannt (Fall I nach BACH), ist gekennzeichnet durch eine über eine längere Zeit  $t$  konstante Kraft  $F$  (Bild 1-2a).

Eine reine Zugschwellbelastung (Fall II nach BACH) ist z. B. eine periodisch sich ändernde Belastung, bei welcher der Minimalwert stets den Wert Null besitzt (Bild 1-2b). Liegt die gesamte Belastung im Druckbereich, tritt eine Druckschwellbelastung auf. Von einer reinen Druckschwellbelastung spricht man, wenn der Maximalwert der Schwingung null ist [1-17].

Eine reine Wechselbelastung (Fall III nach BACH) liegt vor, wenn die maximale und minimale Belastung betragsmäßig gleich groß sind, aber unterschiedliche Vorzeichen besitzen und die mittlere Belastung den Wert Null annimmt (Bild 1-2c).



**Bild 1-3** Allgemein periodische Belastung mit den Kräften  $F_o = F_{max}$ ,  $F_u = F_{min}$ ,  $F_a$  und  $F_m$

Die allgemein periodische Belastung ist gekennzeichnet durch den Maximalwert der Belastung, z. B.  $F_o$ ,  $F_{max}$ , den Minimalwert der Belastung, z. B.  $F_u$ ,  $F_{min}$ , die Amplitude, z. B.  $F_a$ , den Mittelwert, z. B.  $F_m$ , oder das  $R$ -Verhältnis. Der  $R$ -Wert drückt das Verhältnis von minimaler zu maximaler Belastung aus. Für den in Bild 1-3 dargestellten Kraft-Zeit-Verlauf der allgemein periodischen Belastung ist

$$R = \frac{F_u}{F_o} = \frac{F_{min}}{F_{max}} \quad (1.1)$$

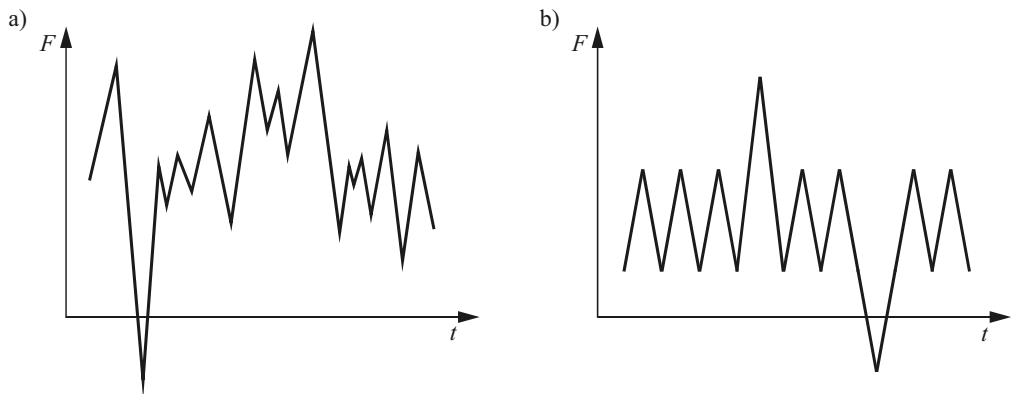
Errechnet man aus den Kräften eine Spannung  $\sigma$ , so gilt:

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (1.2)$$

wobei  $\sigma_o$  bzw.  $\sigma_{max}$  die Ober- oder Maximalspannung und  $\sigma_u$  bzw.  $\sigma_{min}$  die Unter- oder Minimalspannung des periodischen Spannungs-Zeit-Verlaufs darstellen.

Bei nicht-periodisch ablaufende Belastungsvorgängen, wie sie z. B. in Bild 1-4 dargestellt sind, ändern sich die Amplitude und die Mittelspannung der Belastung ständig. Nicht-periodische Belastungs-Zeit-Funktionen können sowohl deterministischer als auch stochastischer

scher Art sein. Solche Belastungen treten z. B. bei Autos, bei Flugzeugen, bei Windrädern und vielen anderen Maschinen und Bauteilen auf.

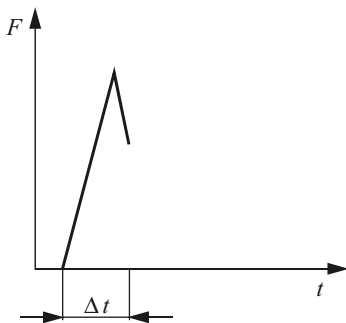


**Bild 1-4** Verschiedene Arten der Belastung mit variabler Amplitude

a) Beliebige nicht-periodisch ablaufender Belastungsvorgang

b) Über- und Unterlasten in einer weitgehend periodischen Grundbelastung

Eine Stoßbelastung, Bild 1-5, ist gekennzeichnet durch ein sehr schnelles Ansteigen und Abfallen der Kraft  $F$ . Dies bedeutet, der Kraftanstieg erfolgt in einem sehr kurzen Zeitintervall  $\Delta t$ .



**Bild 1-5**

Stoßartige Belastung

Zeitlich veränderliche Belastungen rufen auch zeitlich veränderliche Spannungen im Bauteil hervor. Bei mehrachsigen Spannungszuständen können die Spannungen zeitlich proportional oder auch nicht-proportional verlaufen.

## 1.2 Spannungen und Spannungszustände in Bauteilen und Strukturen

In Bauteilen und Strukturen treten je nach Belastung und Bauteilgeometrie einachsige, ebene oder räumliche Spannungszustände auf, Bild 1-6. Ein *einachsiger Spannungszustand*, charakterisiert durch die Normalspannung  $\sigma$ , Bild 1-6a, entsteht z. B. bei Zugbelastung (oder auch Druckbelastung) von Stäben und Scheiben oder bei reiner Biegebelastung von Balken oder Wellen (siehe z. B. [1-2]).