MATHEMATIK 8
Matura-Trainer

Österreichischer Lehrplan

Kompetent AUFSTEIGEN …

- Zentralmatura
- Kompetenzorientiert
- Bildungsstandards

Vorbereitung auf die neue kompetenzorientierte Reifeprüfung

Günther Wagner / Helga Wagner / Wolfgang Stritzl

G&G

Mathematikbücher für die Zentralmatura:

5. Klasse: Aufsteigen in Mathematik 5 (978-3-7074-1424-0)
Mathematik positiv! 5 (978-3-7074-1412-7)
Mathematik positiv! 5 Lösungsheft (978-3-7074-1413-4)

6. Klasse: Aufsteigen in Mathematik 6 (978-3-7074-1589-6)
Mathematik positiv! 6 (978-3-7074-1417-2)
Mathematik positiv! 6 Lösungsheft (978-3-7074-1418-9)

7. Klasse: Mathematik positiv! 7 (978-3-7074-1684-8)
Mathematik positiv! 7 Lösungsheft (978-3-7074-1685-5)

8. Klasse: Mathematik positiv! 8 (978-3-7074-0507-1)
Mathematik positiv! 8 Lösungen unter: www.ggverlag.at

www.ggverlag.at

ISBN 978-3-7074-1981-8

In der aktuell gültigen Rechtschreibung

2. Auflage 2017

Satz: Günther Wagner
Printed by Litotipografia Alcione, Lavis-Trento, über Agentur Dalvit, D-85521 Ottobrunn

INHALTSVERZEICHNIS

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Die Klausurprüfung in Mathematik setzt sich aus zwei voneinander unabhängigen Aufgabenbereichen zusammen:

- Im **ersten Teil der Klausur** müssen 24 **Typ-1-Aufgaben** in 120 Minuten bearbeitet werden. Danach muss das Teil-1-Klausurheft abgegeben werden. Typ-1-Aufgaben sind Aufgaben, die auf die mathematischen Grundkompetenzen fokussiert sind. Bei diesen Aufgaben sind kompetenzorientiert (Grund-)Wissen und (Grund-)Fertigkeiten ohne darüber hinausgehende Eigenständigkeit nachzuweisen. Für eine positive Beurteilung müssen (inklusive erreichter Ausgleichspunkte von Teil zwei) zumindest zwei Drittel aller möglichen Punkte erreicht werden.
- Im **zweiten Teil der Klausur** müssen vier bis sechs **Typ-2-Aufgaben** (mit je zwei bis sechs Unteraufgaben) in 150 Minuten bearbeitet werden. Ziel der Typ-2-Aufgaben ist es, eine selbstständige Anwendung und kontextbezogene Vernetzung der Grundkompetenzen nachzuweisen. Sie stellen die „(weit) über das Wesentliche hinausgehenden Bereiche" dar.

Das vorliegende Werk **Kompetent aufsteigen-Maturabeispiele** enthält im *ersten Teil* Typ-1-Aufgaben, die sämtliche Grundkompetenzen abdecken. Um einen Überblick über den gesamten Maturastoff zu haben, wird jede Grundkompetenz ausgewiesen und angegeben, in welchen Klassen der entsprechende Lehrstoff durchgenommen wurde.

Zum Beispiel:

AG 1.1 *Wissen über die Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ verständig einsetzen können.* ❺ ⑥ ❼ ⑧

Grundkompetenz

Zahlenmengen kommen in allen Oberstufenklassen vor. ❺ in der 5.Klasse und ❼ in der 7. Klasse wird diese Grundkompetenz als Lehrstoff durchgenommen.

Die standardisierten Klausuren in Mathematik beinhalten *unterschiedliche Formen* von Typ-1-Aufgaben, die alle im vorliegenden Werk geübt werden.

1. Offenes Antwortformat
Die Antwort soll mit eigenen Worten formuliert werden bzw. darf völlig frei erfolgen.
Beispiel: Aufgabe AG 2.1.1

2. Halboffenes Antwortformat
Die korrekte Antwort oder ein vorgegebenes bzw. passendes mathematisches Objekt soll in eine vorgegebene Formel, Funktion etc. eingesetzt werden.
Beispiel: Aufgabe AG 1.2.3

3. Lückentext
Dieses Antwortformat ist durch einen Satz mit zwei Lücken gekennzeichnet, d. h., im Aufgabentext sind zwei Stellen ausgewiesen, die ergänzt werden müssen. Für jede Lücke werden je drei Antwortmöglichkeiten vorgegeben. Aufgaben dieses Formats werden korrekt bearbeitet, indem die Lücken durch Ankreuzen der beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten gefüllt werden.
Beispiel: Aufgabe AG 1.2.4

4. Multiple-Choice-Aufgabenformat
In der Aufgabenstellung finden sich Aussagen dazu, ob eine oder mehrere Antworten anzukreuzen sind. Es gibt verschiedene Multiple-Choice-Aufgabenformate:
   a) 2 aus 5
      Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei zwei Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. Die Aufgabe ist korrekt gelöst, wenn die beiden zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt werden.
      Beispiel: Aufgabe AG 1.2.2
   b) 1 aus 6
      Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und sechs Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine Antwortmöglichkeit auszuwählen ist. Die Aufgabe ist korrekt gelöst, wenn die zutreffende Antwortmöglichkeit angekreuzt wird.
      Beispiel: Aufgabe AG 1.1.2
   c) x aus 5
      Dieses Antwortformat ist durch einen Fragenstamm und fünf Antwortmöglichkeiten gekennzeichnet, wobei eine, zwei, drei, vier oder fünf Antwortmöglichkeiten auszuwählen sind. In der Aufgabenstellung findet man stets die Aufforderung „Kreuzen Sie die zutreffende(n) Aussage(n) an!“ Die Aufgabe ist korrekt gelöst, wenn alle zutreffenden Antwortmöglichkeiten angekreuzt werden.
      Beispiel: Aufgabe AG 1.2.1

5. Zuordnungsformat
Bei diesen Aufgaben sollen Informationen zugeordnet werden (z.B. anhand von Buchstaben, Pfeilen etc.). Dieses Antwortformat ist durch mehrere Aussagen (bzw. Tabellen oder Abbildungen) gekennzeichnet, denen mehrere Antwortmöglichkeiten gegenüberstehen. Die Aufgabe ist korrekt gelöst, wenn die Antwortmöglichkeiten durch Eintragen der entsprechenden Buchstaben den jeweils zutreffenden Aussagen zugeordnet werden.
Beispiel: Aufgabe AG 4.2.6

6. Konstruktionsformat
Hier sollen in ein vorgegebenes Koordinatensystem (dessen Achsenskalierung nicht standardisiert ist) entsprechende Graphen, Punkte, Vektoren o.Ä. eingetragen werden. Die Aufgabe erfordert die Ergänzung von Punkten, Geraden und/oder Kurven.
Beispiel: Aufgabe FA 1.3.2

Im *zweiten Teil* des Buches werden in zahlreichen Typ-2-Aufgaben die Grundkompetenzen kontextbezogen vernetzt. So wie bei der schriftlichen Reifeprüfung sind diese Aufgaben in mehrere Teilaufgaben gegliedert, selbstverständlich sind mögliche Ausgleichspunkte als solche ausgewiesen $\boxed{\text{A}}$ (siehe zum Beispiel Seite 109).

Der *dritte Teil* besteht aus einer „Probeklausur“. Damit können Sie die Prüfungssituation simulieren und so die notwendige Sicherheit für das Bestehen der schriftlichen Reifeprüfung erlangen.

Das beigelegte Lösungsheft erleichtert die Überprüfung der Ergebnisse.

Wir wünschen Ihnen ertragreiche Stunden beim Üben mit dem vorliegenden Werk und alles Gute für Ihre bevorstehende Reifeprüfung.

Mag. Wolfgang Stritzl   Mag. Günther Wagner   Mag. Helga Wagner

Typ-1-Aufgaben

AG Algebra und Geometrie

Grundbegriffe der Algebra

AG 1.1 *Wissen über die Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ verständig einsetzen können.* ❺ ⑥ ❼ ⑧

1.1.1 Zahlenmengen

Gegeben sind fünf verschiedene Zahlen.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie an, welche der Zahlen Elemente der Menge $\mathbb{Z}$ sind!

$7{,}2 \cdot 10^{-2}$	☐
$-9{,}4 \cdot 10^{3}$	☐
$-\sqrt{169}$	☐
$-\frac{144}{16}$	☐
$2{,}\overline{5}$	☐

1.1.2 Zahlenmengen

Gegeben sind fünf verschiedene Zahlen.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie an, welche der Zahlen nicht in der Menge $\mathbb{Q}$ liegt!

$\sqrt{\frac{9}{4}}$	☐
$7{,}\overline{35}$	☐
8	☐
$\frac{\pi}{3}$	☐
$-0{,}9$	☐
-12	☐

1.1.3 Zahlenmengen

Gegeben sind fünf Aussagen über Zahlenmengen.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Eine Zahl ist entweder rational oder irrational.	☐
Eine reelle Zahl ist auch eine komplexe Zahl.	☐
$\mathbb{Q} \cap \mathbb{N} = \mathbb{Z}$	☐
Die Menge $\mathbb{Z}$ ist eine Teilmenge der Menge $\mathbb{R}$.	☐
Eine reelle Zahl ist immer eine natürliche Zahl.	☐

AG 1.2 *Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit.* ❺ ❻ ❼ ⑧

1.2.1 Äquivalente Terme

Gegeben ist der Term $\left(x^2y^{-2}z^{-1}\right)^{-3}$.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die äquivalenten Terme an!

$\left(\frac{x^2}{y^2 z}\right)^3$	☐
$x^{-6}y^6z^3$	☐
$\frac{y^6 z^3}{x^6}$	☐
$\left(\frac{x^2}{y^2 z}\right)^{-3}$	☐
$x^{-5}y^{-5}z^3$	☐

1.2.2 Gleichungen

Gegeben sind fünf Gleichungen.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden Gleichungen an, die eine reelle Lösung haben!

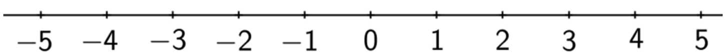
$x = x - 4$	☐
$x^2 + x = 0$	☐
$x^2 = -1$	☐
$x = \frac{x}{2}$	☐
$x^2 + 4 = 0$	☐

1.2.3 Ungleichungen

Gegeben ist die Ungleichung $3 - x \leq 4$.

Aufgabenstellung

Zeichnen Sie die Lösungsmenge auf der Zahlengeraden ein!



1.2.4 Gleichungssystem

Gegeben ist das Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & x - 2y = 4 \\ \text{II} & y = 0{,}5x - 2 \end{array}$$

Aufgabenstellung

Ergänzen Sie durch Ankreuzen den folgenden Text so, dass eine richtige Aussage entsteht!

Das Gleichungssystem hat ______①______ , die zugehörigen Geraden ______②______ .

①	
eine Lösung	☐
keine Lösung	☐
unendlich viele Lösungen	☐

②	
schneiden einander	☐
fallen zusammen	☐
sind parallel	☐

1.2.5 Umformen einer Formel

Gegeben ist die Formel für die Berechnung des Gesamtwiderstands bei der Parallelschaltung von zwei Widerständen R_1 und R_2:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Aufgabenstellung

Formen Sie die Formel nach R_1 um!

Ungleichungen, Gleichungen und Gleichungssysteme

AG 2.1 *Einfache Terme und Formeln aufstellen, umformen und im Kontext deuten können.* ❺ ❻ ⑦ ⑧

2.1.1 Preisänderung einer Ware

Eine Ware kostet ohne Mehrwertsteuer (MWSt.) a €.

Aufgabenstellung

Geben Sie eine Formel für die Berechnung des Preises P inklusive 20 % MWSt. an, wenn der Preis um 10 % reduziert wird!

2.1.2 Gewinn

Der Selbstkostenpreis für 1 kg Honig beträgt h €. Der Imker verkauft 1 kg Honig inklusive 10 % MWSt. um p €.

Aufgabenstellung

Geben Sie eine Formel für den Gewinn G an, den der Imker für 1 kg Honig erzielt! Beachten Sie, dass der Imker die MWSt. direkt dem Finanzamt abliefern muss!

2.1.3 Gewinn

Der Nettopreis einer Ware beträgt p €. Der Verkaufspreis (= Bruttopreis) setzt sich aus dem Nettopreis und der Mehrwertsteuer (MWSt.) zusammen.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Formeln für den Bruttopreis V an, wenn die MWSt. 20 % des Nettopreises beträgt und der Händler im Abverkauf 20 % Rabatt gewährt!

$V = p \cdot 0{,}96$	☐
$V = p$	☐
$V = p \cdot 1{,}2 - p \cdot 0{,}2$	☐
$V = p \cdot 0{,}80$	☐
$V = p \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8$	☐

2.1.4 Äquivalenzumformung

Gegeben ist die Gleichung $\log_a 25 = 2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$.

Beachten Sie: Laut Ö-Norm wird ${}^a\log b$ als $\log_a b$ geschrieben.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden äquivalenten Gleichungen an!

$2^a = 25$	☐
$a = 2$	☐
$a = 25 - 2$	☐
$a^2 = 25$	☐
$a = 5$	☐

2.1.5 Aufstellen einer Formel

Bei einem Popkonzert gibt es für die Eintrittspreise drei Kategorien. Die teuersten Karten kosten k €, Karten der mittleren Kategorie sind um 20 % günstiger, die billigsten Karten kosten um 20 % weniger als Karten der mittleren Kategorie.

Bei diesem Konzert wurden a_1 Karten der teuersten, a_2 Karten der mittleren und a_3 Karten der billigsten Kategorie verkauft.

Aufgabenstellung

Stellen Sie eine Formel für die gesamten Einnahmen E auf!

AG 2.2 *Lineare Gleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen und die Lösung im Kontext deuten können.* ❺ ⑥ ⑦ ⑧

2.2.1 Wechselkurs

Auf der Homepage der Wiener Börse kann man entnehmen, dass der Wechselkurs von Euro (EUR) zum US-Dollar (USD) 1,0908 beträgt, d. h. für 1 EUR bekommt man 1,0908 USD (Stand 4. 11. 2015).

Aufgabenstellung

Geben Sie eine Gleichung an, mit der man u USD in e EUR umrechnen kann!

2.2.2 Fahrenheit- und Celsius-Grade

In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit gemessen. Zwischen Grad Celsius C und Grad Fahrenheit F gilt folgender Zusammenhang:

$$F = C \cdot 1{,}8 + 32$$

Im Death Valley, einem Nationalpark in den USA, wurden 119 °F gemessen.

Aufgabenstellung

Geben Sie die gemessene Temperatur in Grad Celsius an!

2.2.3 Abfüllen einer Flüssigkeit

Aus einem Fass, das 150 Liter Obstsaft enthält, werden pro Minute 0,5 Liter entnommen und in Flaschen abgefüllt.

Aufgabenstellung

a) Geben Sie eine Formel an, die die verbleibende Menge M im Fass angibt!

b) Nach wie vielen Minuten sind noch 80 Liter im Fass?

AG 2.3	*Quadratische Gleichungen in einer Variablen umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können.*	❺ ⑥ ⑦ ⑧

2.3.1 Doppellösung einer quadratischen Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $(x-a)^2 = b$.

Aufgabenstellung

Für welchen Wert $b \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung eine Doppellösung?

$b =$ _____

2.3.2 Quadratische Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $x^2 - 4x - k = 0$ mit $k \in \mathbb{R}$.

Aufgabenstellung

Ermitteln Sie die Werte für k, damit die Gleichung

(1) genau eine reelle Lösung hat!

(2) zwei reelle Lösungen hat!

(3) keine reelle Lösung hat!

2.3.3 Quadratische Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $(x-a)^2 = b$.

Aufgabenstellung

Für welche Werte $a, b \in \mathbb{R}$ hat die Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen?
Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

$a = 0, b = 0$	☐
$a \in \mathbb{R}, b > 0$	☐
$a < 0, b < 0$	☐
$a > 0, b = 0$	☐
$a = 0, b > 0$	☐

2.3.4 Lösen einer Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $x \cdot \left(x^2 - \frac{1}{2}x - 5\right) = 0$.

Aufgabenstellung

Geben Sie die Lösungen der Gleichung an!

2.3.5 Quadratische Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

Die Gleichung hat keine reelle Lösung, wenn $b^2 - 4ac > 0$ ist.	☐
Die Gleichung hat zwei verschiedene reelle Lösungen, wenn $b^2 - 4ac > 0$ ist.	☐
Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung, wenn $b^2 - 4ac < 0$ ist.	☐
Die Gleichung hat zwei verschiedene reelle Lösungen, wenn $c = 0$ ist.	☐
Die Gleichung hat keine reellen Lösungen, wenn $b^2 > 4ac$ ist.	☐

2.3.6 Quadratische Gleichung

Gegeben ist die Gleichung $x^2 + px + q = 0$.

Aufgabenstellung

Ermitteln Sie jenen Wert q in Abhängigkeit von p, für den der Graph der zugehörigen Funktion $y = x^2 + px + q$ die x-Achse berührt!

AG 2.4	*Lineare Ungleichungen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, Lösungen (auch geometrisch) deuten können.*	❻ ⑦ ⑧

2.4.1 Lineare Ungleichung

Gegeben ist die Ungleichung $2 - x \leq x + 8$.

Aufgabenstellung

Geben Sie die Lösungsmenge an und stellen Sie diese auf der Zahlengeraden dar!

2.4.2 Lineare Ungleichung

Gegeben ist die Ungleichung $2x - 3y \leq 7$.

Aufgabenstellung

Kreuzen Sie die beiden Zahlenpaare an, die Lösung der Ungleichung sind!

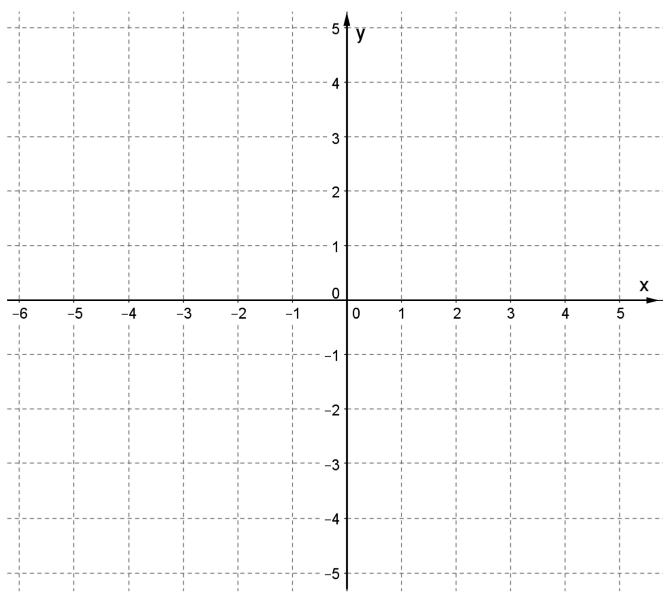
$(2/1)$	☐
$(5/-2)$	☐
$(5/-3)$	☐
$(0/-2)$	☐
$(-2/-5)$	☐

2.4.3 Lineare Ungleichung

Gegeben ist die Ungleichung $2x + 5y \geq 10$.

Aufgabenstellung

Stellen Sie die Lösungsmenge graphisch dar!



AG 2.5	***Lineare Gleichungssysteme in zwei Variablen aufstellen, interpretieren, umformen/lösen, über Lösungsfälle Bescheid wissen, Lösungen und Lösungsfälle (auch geometrisch) deuten können.***	❺ ⑥ ⑦ ⑧

2.5.1 Gleichungssystem

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 3x - 2y = 6 \\ \text{II} & x + by = 3 \end{array}$$

Aufgabenstellung

Bestimmen Sie $b \in \mathbb{R}$ so, dass das Gleichungssystem keine Lösung hat!

2.5.2 Gleichungssystem

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & -x + 4y = 8 \\ \text{II} & 2x - 8y = c \end{array}$$

Aufgabenstellung

Bestimmen Sie $c \in \mathbb{R}$ so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

2.5.3 Gleichungssystem

Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{ll} \text{I} & -12x - 9y = 18 \\ \text{II} & ax - by = 9 \end{array}$$

Aufgabenstellung

Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat!

2.5.4 Mischungsaufgabe

Es werden zwei verschiedene Sorten Essigsäure gemischt. Nimmt man 4 Liter der ersten Sorte und 7 Liter der zweiten Sorte, so erhält man eine 43 %-ige Essigsäure. Mischt man aber 21 Liter der ersten Sorte mit 12 Litern der zweiten Sorte, so erhält man eine 34 %-ige Essigsäure.

Aufgabenstellung

Berechnen Sie den Essigsäuregehalt der beiden Sorten!

2.5.5 Gleichungssystem

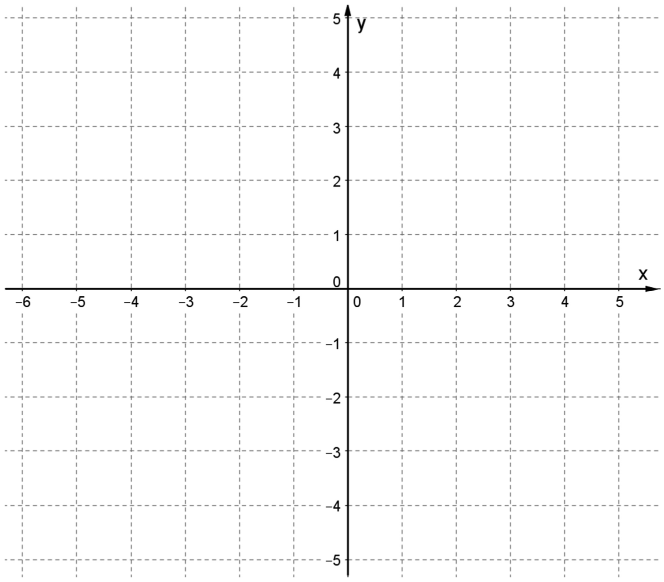
Gegeben ist das lineare Gleichungssystem

I $\quad 2x + 3y = 3$

II $\quad -x + \ \ y = -4$

Aufgabenstellung

Lösen Sie das Gleichungssystem graphisch!



Vektoren

AG 3.1	*Vektoren als Zahlentupel verständig einsetzen und im Kontext deuten können.*	❺ ⑥ ⑦ ⑧

3.1.1 Umsatz eines Betriebes

Ein Betrieb produziert an den fünf Werktagen einer Woche x_i Stück. Der Index i gibt den Wochentag an und durchläuft die Werte 1 bis 5. Die Wochenproduktion wird im fünfdimensionalen Vektor $\vec{P}$ zusammengefasst. Bei der Herstellung fallen pro Stück Kosten in der Höhe von k Euro an.

Der Betrieb verkauft am Werktag i y_i Stück. Die Verkaufszahlen werden durch den fünfdimensionalen Vektor $\vec{V}$ angegeben. Der Verkaufspreis beträgt pro Stück v Euro.

Aufgabenstellung

Stellen Sie eine Formel auf, mit der man den wöchentlichen Gewinn bzw. Verlust des Betriebes berechnen kann!

Kompetent AUFSTEIGEN Matura-Trainer

ist nach dem Grundkompetenzkatalog, der für die schriftliche Reifeprüfung verbindlich ist, aufgebaut. Sie können Ihr Wissen über den Lehrstoff der Grundkompetenzen kontrollieren, indem Sie es an zahlreichen Beispielen anwenden.

Kompetent AUFSTEIGEN Matura-Trainer ist in drei Teilen aufgebaut.

- Im **ersten Teil** finden Sie alle Grundkompetenzen aufgezählt und den entsprechenden Schulstufen zugeordnet. Dadurch haben Sie die Möglichkeit, den zugehörigen Lehrstoff schnell zu finden und zu wiederholen.

  Zu jeder Grundkompetenz gibt es mehrere Beispiele (Typ-1-Aufgaben) mit den Aufgabenformaten, wie sie bei der Reifeprüfung vorkommen.

- **Teil zwei** beinhaltet Typ-2-Aufgaben, mit denen Sie Textverständnis und das Vernetzen der Grundkompetenzen üben.

- Der **dritte Teil** gibt eine Probeklausur wider, mit der die Prüfungssituation bei der schriftlichen Reifeprüfung simuliert wird.

Die Lösungen sämtlicher Aufgaben können Sie mit dem beiliegenden Lösungsheft kontrollieren.

ISBN 978-3-7074-1981-8
€ 16,99
9 783707 419818