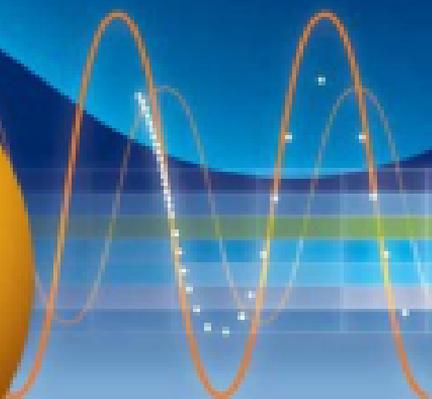


Rolf Biehler
Tobias Hofmann
Carmen Maxara
Andreas Prömmel

FATHOM 2

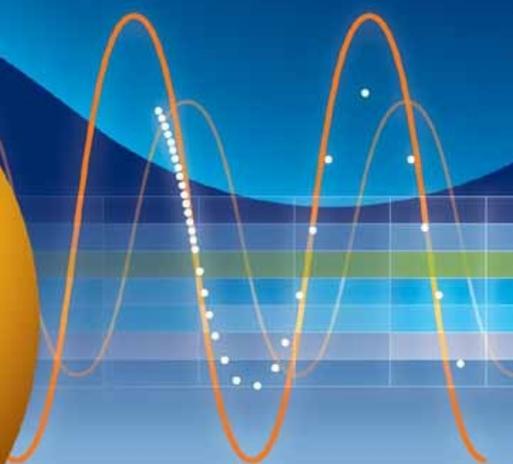


Eine Einführung

 Springer

Rolf Biehler
Tobias Hofmann
Carmen Maxara
Andreas Prömmel

FATHOM 2



Eine Einführung



Springer

Biehler · Hofmann · Maxara · Prömmel

FATHOM 2

Rolf Biehler
Tobias Hofmann
Carmen Maxara
Andreas Prömmel

Fathom 2

Eine Einführung

 Springer

*Prof. Dr. Rolf Biehler
Tobias Hofmann
Carmen Maxara
Andreas Prömmel*

Fachbereich Mathematik/Informatik
Didaktik der Mathematik
Universität Kassel
Heinrich-Plett-Str. 40
34132 Kassel, Deutschland

biehler@mathematik.uni-kassel.de
fathom@mathematik.uni-kassel.de
<http://www.mathematik.uni-kassel.de/~fathom>

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 62-00, 62-01, 97D99, 97U70

ISBN-10 3-540-30944-6 Springer Berlin Heidelberg New York
ISBN-13 978-3-540-30944-4 Springer Berlin Heidelberg New York

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funk- sendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Springer ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media
springer.de

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006
Printed in Germany

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, daß solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: *design & production* GmbH, Heidelberg
Satz: Datenerstellung durch die Autoren unter Verwendung eines Springer \TeX -Makropaketes
Herstellung: LE- \TeX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig

Gedruckt auf säurefreiem Papier 40/3100/YL - 5 4 3 2 1 0

Vorwort

Das vorliegende Buch führt in die deutsche Version von FATHOM 2 anhand von zahlreichen Beispielen aus der Stochastik und der Mathematik ein. Die Software FATHOM ist in den USA von Key Curriculum Press, CA (USA) entwickelt worden, und zwar gezielt für den Einsatz an Highschools etwa ab Klasse 8 und für die einführende Statistikausbildung an den Colleges. Die Entwicklung und Erprobung ist mit erheblichen öffentlichen Mitteln in den USA gefördert worden. FATHOM ist mittlerweile in vielen amerikanischen Bildungsinstitutionen im Einsatz.

FATHOM genügt in hervorragender Weise den in der Statistik und der Didaktik der Stochastik entwickelten Kriterien für eine Werkzeugsoftware, die sowohl das Lernen wie das Anwenden von Stochastik unterstützen soll. Sie schließt eine lange von Vielen empfundene Lücke zwischen Statistiksystemen und allgemeinen mathematischen Systemen. Komplexe statistische Anwendersysteme stellen zwar Methoden bereit, unterstützen aber wenig das Lernen und einfache Anwenden in der einführenden Ausbildung. Allgemeine Systeme wie Computeralgebrasysteme und Tabellenkalkulationssysteme muss man häufig verbiegen oder man hat sich selber zu verbiegen, um einfache statistische Auswertungen oder stochastische Simulationen zu realisieren, wenn das überhaupt angemessen unterstützt wird.

Der erstgenannte Autor dieser Einführung ist seit mehr als 20 Jahren auf der Suche nach einer passenden Software für den Stochastikunterricht und die einführende Stochastikausbildung gewesen, und zwar nach einer Software, die auch moderne Konzeptionen wie Explorative Datenanalyse, stochastische Simulation und computerintensive Statistik elegant und einfach unterstützt und die systematische Einbeziehung realer Daten in die Statistikausbildung ermöglicht. Zugleich soll sie ein flexibles Werkzeug darstellen, mit dem Lernende und Lehrende eigene Methoden realisieren und untersuchen können. Auch sollte das Werkzeug die Erstellung interaktiver Dokumente unterstützen, mit denen man eine Datenanalyse dokumentieren und annotieren oder interaktive Arbeitsumgebungen für Lernende vorbereiten kann.

All dies lässt sich mit FATHOM relativ leicht realisieren.

Wir haben an der Universität Kassel seit dem Jahr 2000 intensiv mit der amerikanischen Version 1 in der einführenden Stochastikausbildung gearbeitet, vor allem bei der fachlichen und fachdidaktischen Ausbildung von Lehramtsstudierenden. Ferner haben wir in mehreren Schulen, vor allem im Raum Kassel, aber auch überregional mit der Software FATHOM sehr gute Erfahrungen gemacht. In mehreren Dissertationen und Staatsexamensarbeiten in unserer Arbeitsgruppe wird der Einsatz von FATHOM im Hinblick auf die Veränderung und Verbesserung der Stochastikausbildung untersucht.

Das hat uns ermutigt, die Adaptation der Software ins Deutsche anzugehen. Vor allem für deutsche Schulen, aber auch für viele Studierende scheint uns im deutschen Interface ein wesentlicher Vorteil zu liegen.

Das mit der Software ausgelieferte deutsche Hilfesystem folgt im Wesentlichen der amerikanischen Vorlage. Die vorliegende Einführung haben wir aber völlig neu konzipiert. In sie fließen unsere Erfahrungen an der Universität Kassel und an Erprobungsschulen indirekt ein.

Wir haben uns bemüht, ein breites Anwendungsspektrum der Software vorzustellen, das auch bis in den „reinen“ Mathematikunterricht hineinreicht. So bietet FATHOM sicher einen der vielseitigsten Funktionenplotter an. Nicht angesprochen haben wir die Anwendung von FATHOM für „höhere“ statistische Methoden wie Varianzanalyse und multilineare Regression.

Über die Begeisterung für die Möglichkeiten der Software und dem Spaß an den Anwendungsbeispielen ist uns das einführende Buch fast zu umfangreich geraten. Man kann aber durchaus einzelne Kapitel oder Teile davon lesen, ohne dass man alles Vorangehende gelesen hätte. Wir versuchen immer relativ tätigkeitsnah bei den Anweisungen zum Umgang mit FATHOM zu bleiben. Das hat für die Experten dann manchmal den Vor- oder Nachteil, dass sie Passagen überspringen können.

Wir möchten uns herzlich bei denjenigen bedanken, die uns direkt und indirekt unterstützt haben, bzw. deren Erfahrungen in unsere Einführung mit eingeflossen sind. Gemeinsam mit Klaus Kombrink, ehemals Mitglied unserer Arbeitsgruppe, wurde die Pionierarbeit mit FATHOM an der Universität Kassel in den Jahren 2000 bis 2004 erfolgreich durchgeführt. Thorsten Meyfarth, Mitglied unserer Arbeitsgruppe, hat wesentlich an dem Entwurf und der Erprobung praktikabler innovativer Konzepte für den FATHOM-Einsatz in der gymnasialen Oberstufe mitgearbeitet.

Die Kooperation mit den Ansprechpartnern bei Key Curriculum Press lief immer hervorragend. Wir möchten stellvertretend und vor allem Bill Finzer als

Project Director und Kirk Swenson als Lead Programmer danken, die beide immer wieder geduldig unsere $n+1$ te Version des deutschen Systems technisch implementiert haben und für Nachfragen aller Art zu FATHOM zur Verfügung standen.

Wir bedanken uns besonders bei Clemens Heine vom Springer-Verlag in Heidelberg für die nun schon langjährige, immer ermutigende Begleitung und Förderung unseres Projektvorhabens. Ohne ihn wäre das vorliegende Produkt nicht zustande gekommen.

Last not least, bedanken sich alle anderen Autoren herzlich bei unserem Mitautor Tobias Hofmann, der uns überzeugt hat, dass wir das ganze Buch in L^AT_EX setzen sollten. Unvorsichtigerweise hatte Tobias sich bereit erklärt, allen anderen Autoren bei Fein- und Grobarbeiten Unterstützung zu gewähren und den perfekten Feinschliff selbst vorzunehmen, was im Endeffekt sehr zeitaufwendig war.

Wir wünschen Ihnen viel Freude mit der Stochastik und mit der Software FATHOM. Für Fragen stehen wir zur Verfügung.

Kassel, im Januar 2006

Rolf Biehler
Tobias Hofmann
Carmen Maxara
Andreas Prömmel

Inhaltsverzeichnis

1	Grundkomponenten in FATHOM	1
1.1	Dateneingabe	1
1.2	Import von Daten	3
1.2.1	Kopieren und Einfügen von Daten	3
1.2.2	Daten importieren	5
1.3	Daten einrichten	6
1.3.1	Darstellung von Fällen im Kollektionsfenster	6
1.3.2	Einheiten	9
1.3.3	Kategorienliste	10
1.3.4	Definition weiterer Merkmale	13
1.4	Graphen und Auswertungstabellen	14
1.4.1	Einfache Graphiken	15
1.4.2	Komposite Graphiken	16
1.4.3	Einfache Auswertungstabellen	20
1.4.4	Komposite Auswertungstabellen	21
1.5	Filter und Verlinkung	22
1.5.1	Filter	22
1.5.2	Selektion von Fällen	26
1.5.3	Änderung von Daten	29
2	Beschreibende Statistik – Verteilungen	31
2.1	Häufigkeitstabellen	32
2.1.1	Grundauszählung – Häufigkeitstabellen	32
2.1.2	Tabellen mit relativen Häufigkeiten	34
2.2	Visualisierungen von Verteilungen bei kategorialen Merkmalen	37
2.2.1	Basisgraphiken	37
2.2.2	Änderung der Darstellungsreihenfolge bei kategorialen Merkmalen	38
2.3	Visualisierungen von numerischen Merkmalen – Basisgraphiken	39
2.4	Modifikation von Graphiken	46
2.4.1	Allgemeine Operationen	46

2.4.2	Einzeichnen von Kurven	48
2.5	Häufigkeitsberechnungen – Auszählen von Teilmengen	53
2.5.1	Anzahl der Elemente einer Teilmenge	53
2.5.2	Anteile von Teilmengen in einer Kollektion – relative Häufigkeiten	55
2.6	Statistische Auswertung von numerischen Merkmalen	56
2.6.1	Grundsätzliches zum Aufbau von Formeln	56
2.6.2	Kontexte für die FormelAuswertung	58
2.6.3	Wichtige Kommandos des Formeleditors im Überblick	60
2.6.4	Umgang mit der Auswertungstabelle	65
2.7	Transformation von Merkmalen	68
2.7.1	Kategorisierung von Merkmalen	68
2.7.2	Häufigkeitstabellen für numerische Merkmale auf der Basis von Klasseneinteilungen	70
3	Vergleich von Gruppen	73
3.1	Vergleiche bei numerischen Merkmalen	73
3.1.1	Mehrere numerische Merkmale in einer einzigen Graphik oder Tabelle	73
3.1.2	Analyse nach Gruppen bei einem numerischen Merkmal	75
3.2	Vergleich bei kategorialen Merkmalen	78
3.2.1	Verteilungsgraphiken mit getrennten Säulendiagrammen	78
3.2.2	Integrierte Säulendiagramme	81
3.2.3	Banddiagramme mit mehreren Merkmalen	82
3.3	Test auf Unabhängigkeit bei zwei kategorialen Merkmalen	83
4	Funktionendarstellung	89
4.1	FATHOM als Funktionenplotter	89
4.2	Beispiel – der Bremsweg	92
4.2.1	Erzeugen einer Wertetabelle	92
4.2.2	Äquidistante Geschwindigkeiten	95
4.2.3	Erweiterte Wertetabelle	96
4.2.4	Berücksichtigung der Einheiten	97
4.2.5	Funktionsgraphen	99
4.3	Beispiel – das Gazelle-Gepard-Problem	101
4.3.1	Funktionale Betrachtung	101
4.3.2	Rekursive Modellierung	104
4.3.3	Variation der Parameter	109
5	Daten und funktionale Zusammenhänge	115
5.1	Interaktive Anpassung von Funktionen an Daten – Residuendiagramme	115
5.2	Kurvenanpassung über Regler	119
5.3	Anpassung von Geraden nach der Methode der kleinsten Quadrate	122

5.3.1	Einzeichnen im Streudiagramm; Residuenanalyse	122
5.3.2	Nutzung des statistischen Objektes „Modell“	126
5.3.3	Exploration der kQ-Geraden und weitere Methoden	127
5.3.4	Simulation und Geradenschätzung	131
6	Simulation einfacher Zufallsexperimente	135
6.1	Simultane Simulation – 3maliges Ziehen von Kugeln aus einer Schachtel	136
6.2	Sequenzielle Simulation – Multiple-Choice-Test	141
6.3	Vergleich simultaner und sequenzieller Simulation	144
6.4	Simulation durch Stichprobenziehungen	146
6.4.1	Stichprobenziehungen mit Zurücklegen – 50facher Würfelnwurf	146
6.4.2	Stichprobenziehungen mit Zurücklegen – Komplexe Urne	149
6.4.3	Stichprobenziehungen ohne Zurücklegen – KENO	153
6.5	Simulation durch Randomisierung – Briefeprobem	157
6.6	Wartezeitprobleme – Würfeln bis zur ersten 6	159
6.7	Simulation zum Gesetz der großen Zahl	161
6.8	Zufallsfunktionen	166
7	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	169
7.1	Diskrete und kontinuierliche Verteilungen	169
7.2	Die Binomialverteilung	172
7.2.1	Schrittweise Konstruktion einer Binomialverteilungstabelle	172
7.2.2	Berechnung einzelner Wahrscheinlichkeiten einer binomialverteilten Zufallsgröße	175
7.2.3	Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße	177
7.2.4	Die kumulative Verteilungsfunktion einer binomialverteilten Zufallsgröße	180
7.2.5	Die Quantilfunktion einer binomialverteilten Zufallsgröße	183
7.2.6	Kennwerte der Binomialverteilung	186
7.3	Simulation von Binomialverteilungen	188
7.3.1	Simulation einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über Zufallsfunktionen	188
7.3.2	Simulation mehrerer Wahrscheinlichkeitsverteilungen über Zufallsfunktionen	190
7.4	Reale Daten und Binomialverteilung	192
7.5	Die Normalverteilung	195
7.5.1	Die Dichtefunktion der Normalverteilung	195
7.5.2	Die kumulative Verteilungsfunktion der Normalverteilung	198
7.6	Reale Daten und Normalverteilung	199

- 8 **Testen und Schätzen** 205
 - 8.1 Testen bezüglich eines Anteils bei einer binomialverteilten Zufallsgröße 206
 - 8.1.1 Einstiegsbeispiel 206
 - 8.1.2 Konstruktion eines Tests zu vorgegebenem Signifikanzniveau 208
 - 8.1.3 Testen bezüglich eines Anteils durch Simulation 209
 - 8.1.4 Testen bezüglich eines Anteils mittels Testobjekt 211
 - 8.1.5 Testen bezüglich eines Anteils mittels Testobjekt bei Rohdaten 213
 - 8.2 Testgüte und Operationscharakteristik von Tests 215
 - 8.2.1 Visualisierungen der Operationscharakteristik und Anwendungen für die Versuchsplanung 215
 - 8.2.2 Die Gegenläufigkeit der Fehlertypen beim Alternativtest 219
 - 8.3 Schätzen und Konfidenzintervalle 223
 - 8.3.1 Berechnung von Konfidenzintervallen 224
 - 8.3.2 Simulationsumgebung für Konfidenzintervalle 225
 - 8.3.3 Eine Arbeitsumgebung zur Berechnung von Konfidenzintervallen 227
 - 8.4 Weitere Testverfahren 230
 - 8.4.1 Tests auf Zufälligkeit 230
 - 8.4.2 Test auf Unabhängigkeit – Randomisierungstests 233
- Sachverzeichnis** 241

Grundkomponenten in FATHOM

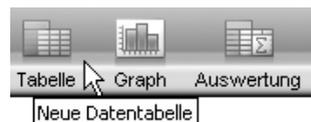
1.1 Dateneingabe

Möchten Sie zum Beispiel Daten aus einem Zeitungsausschnitt, einer Schülerbefragung oder andere Daten in FATHOM eingeben, die Sie nicht in elektronischer Form vorliegen haben, so müssen Sie diese per Hand eingeben. Die Dateneingabe per Hand geschieht am einfachsten über eine Datentabelle. In diesem Beispiel möchten wir folgende Daten einer Schülerbefragung der Jahrgangsstufe 11 eingeben: es liegen Daten von 10 Schüler(inne)n vor mit den Merkmalen *Name*, *Geschlecht*, *Alter*, *Größe*, *Gewicht* und *Kneipenbesuch*.

Tabelle 1.1. Daten aus der Schülerbefragung

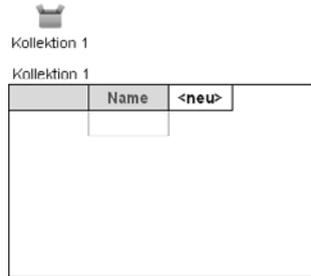
Name	Geschlecht	Alter	Größe	Gewicht	Kneipenbesuch
Anna-Lena	w	16	1,7	60	1-2x/Monat
Hank Sepalot	m	17	1,92	85	1-2x/Monat
TAFKAP	m	16	1,84	77	seltener
Tinki-Winki	m	16	1,8	68	1x/Woche
Hans	m	16	1,8	77	1x/Woche
Eugen	m	17	1,94	92	nie
Sarah 1	w	17	1,7	53	2-3x/Woche
Josephine	w	18	1,7	56	2-3x/Woche
J.J.	w	17	1,67	58	1x/Woche
Candy	w	17	1,68	55	1-2x/Monat

1. Ziehen Sie eine neue Datentabelle aus der Symbolleiste in Ihren Arbeitsbereich oder wählen Sie **Objekt>Neu>Datentabelle**.



- Geben Sie bei *<neu>* in der ersten Zeile den Namen des ersten Merkmals (hier: *Name*) ein und drücken Sie die Return-Taste.

ANMERKUNG: Merkmalsnamen dürfen nur aus Buchstaben, Zahlen und Unterstrichen bestehen, wobei sie nicht mit einer Zahl beginnen dürfen. Leerzeichen und andere Zeichen sind nicht erlaubt.



Zu der noch leeren Datentabelle wird automatisch eine leere Kollektion erstellt, die als eine leere Box dargestellt wird. Die Kollektion wird automatisch zunächst mit *Kollektion 1* benannt.

- Klicken Sie nun in die Zelle unter *Name* und geben Sie die Namen der Schüler ein. Mit der Return- oder Tab-Taste können Sie in die nächste Zelle wechseln.

Nach der Eingabe des ersten Schülernamens füllt sich die Box, das Symbol der Kollektion, mit goldenen Bällen. Dies symbolisiert, dass die Kollektion nun mindestens einen Fall enthält.



- Geben Sie die weiteren Merkmale nach demselben Schema ein.

Die Tabelle sieht dann wie folgt aus:

Kollektion 1

Kollektion 1

	Name	Geschlecht	Alter	Größe	Gewicht	Kneipenbesuch
1	Anna-Lena	weiblich	16	1,7	60	1-2x/Monat
2	Hank Sepalot	männlich	17	1,92	85	1-2x/Monat
3	TAFKAP	männlich	16	1,84	77	seltener
4	Tinki-Winki	männlich	16	1,8	68	1x/Woche
5	Hans	männlich	16	1,8	77	1x/Woche
6	Eugen	männlich	17	1,94	92	nie
7	Sarah1	weiblich	17	1,7	53	2-3x/Woche
8	Josephine	weiblich	18	1,7	56	2-3x/Woche
9	J.J.	weiblich	17	1,67	58	1x/Woche
10	Candy	weiblich	17	1,68	55	1-2x/Monat

In FATHOM repräsentiert jede Zeile einen Fall. In unserem Beispiel entspricht jeder Fall, also jede Zeile, einem Schüler. Die Spalten repräsentieren dagegen

die Merkmale oder Variablen. In der Datentabelle haben Sie eine gute und gewohnte Übersicht über die vorhandenen Fälle und Merkmale. Ein weiteres wichtiges Instrument, in dem man sich die Fälle und Merkmale ansehen und auch bearbeiten kann, ist das Info-Fenster der Kollektion.

- Öffnen Sie das Info-Fenster der Kollektion mit einem Doppelklick auf die Kollektion (auf die mit goldenen Bällen gefüllte Box) oder markieren Sie die Kollektion und wählen Sie aus dem Menü **Objekt>Info Kollektion**.

Merkmale	Wert	Formel
Name	Anna-Lena	
Geschlecht	weiblich	
Alter	16	
Größe	1,7	
Gewicht	60	
Kneipenbesuch	1-2x/Monat	
<neu>		

Eine Kollektion oder ein anderes Objekt markieren Sie mit einem einfachen Klick auf das Objekt. Es wird dann mit einem dickeren blauen Rahmen versehen. Das Info-Fenster der Kollektion besitzt verschiedene Registerkarten und zeigt zunächst die Registerkarte **Fälle**. Auf dieser Registerkarte wird jeder Fall auf einem „Blatt“ dargestellt. Sie können mit den Pfeilen in der Leiste links unten von einem Fall zum nächsten wechseln und wieder zurück.

In FATHOM werden zwei Variablentypen unterschieden: numerische und kategoriale Merkmale. Merkmale deren Werte aus Zahlen oder Größen (Werte mit Einheiten vgl. Abschnitt 1.3.2) bestehen, werden als numerische Variablen behandelt, Merkmale, deren Werte aus Zeichen oder Zeichenketten bestehen, werden kategorial behandelt.

- Mit einem Doppelklick auf den Namen der Kollektion können Sie diesen editieren. Oder markieren Sie die Kollektion und wählen Sie **Kollektion>Kollektion umbenennen...** Geben Sie in die erscheinende Dialogbox den neuen Namen ein: **Schülerbefragung**.

1.2 Import von Daten

Prinzipiell haben Sie zwei Möglichkeiten Daten nach FATHOM zu bringen bzw. zu importieren. Zum einen können Sie die Daten in einem anderen Programm oder auf einer Webseite kopieren und in FATHOM in eine Kollektion einfügen, zum anderen können Sie dazu auch die Importfunktion von FATHOM nutzen.

1.2.1 Kopieren und Einfügen von Daten

Daten können aus verschiedenen Programmen (z. B. Excel) oder von einer Webseite durch Kopieren und Einfügen nach FATHOM gebracht werden. Wichtig ist dabei, dass die Daten in einer möglichst geeigneten Struktur vorliegen,